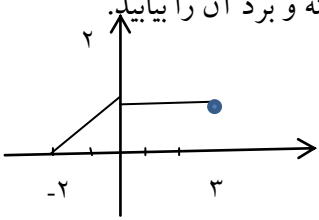


تاریخ آزمون: ۹۹/۱۰/۲۱ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی (دوره دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ تعداد صفحه: ۲ تعداد سوال: ۱۴	نام و نام خانوادگی: _____ سوالات امتحان درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی نام دبیر: خانم علم‌خواه
تاریخ تصحیح: ۹۹/ / نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر: _____		
ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	جاهای خالی را به طور صحیح کامل کنید. الف) برای رسم تابع $y = f(-x)$ کافیست نمودار $f(x)$ را نسبت به محور قرینه کنیم. در این صورت تابع ثابت می ماند. (دامنه-برد) ب) اگر نقطه (۲- و ۳) روی نمودار تابع $f(x)$ قرار داشته باشد، در این صورت نقطه روی نمودار تابع $y = -3f(x+1)$ قرار دارد. پ) اگر $\frac{1}{n} \leq \left(\frac{1}{r}\right)^{rx-1}$ ، حدود x برابر است با	۲
۲	با استفاده از نمودار f ، نمودار تابع $y = -f\left(\frac{1}{r}x\right) + 1$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.  (در سه مرحله رسم کنید)	۲
۳	با رسم نمودار تابع $f(x) = \frac{ x }{x} 2x$ بازه هایی را که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.	۱/۵
۴	عبارت $x^6 - 1$ را بر حسب $x+1$ تجزیه کنید	۰/۷۵
۵	اگر عبارت $x^3 + ax^2 + 2x - 4$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد باقیمانده تقسیم آن بر $x+1$ را بیابید.	۱/۵
۶	الف) در تابع $y = -\frac{1}{r} \cos \pi x + 3$ ، دوره تناوب و ماکسیمم و مینیمم است. ب) دامنه تابع $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{r}\right)$ را بیابید.	۱/۵
۷	معادلات زیر را حل کنید. a) $\tan(2x) + \tan x = 0$ $\sin 2x - \sqrt{2} \cos x = 0$	۲/۵

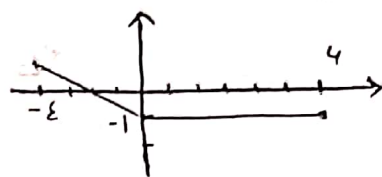
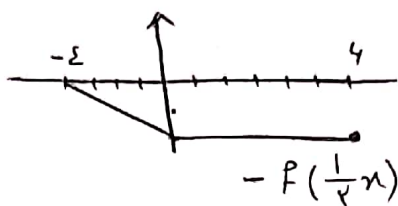
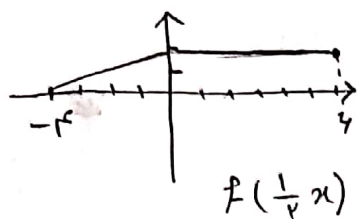
۸	ضابطه یک تابع سینوسی را بنویسید که در آن، $T=3$ و $\max=6$ و $\min=-2$.	۱
۹	حدهای زیر را حساب کنید. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x^2 - 2x - 3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1 - 2x^2}{3x^2 - 6x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[2x+1]\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1}$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + \sqrt{x^6 + x^2 + 1}}{-x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}$	۳
۱۰	مجانب های افقی و قائم تابع $y = \frac{-2x}{x^2 - 2x}$ را در صورت وجود به دست آورید.	۱
۱۱	نموداری رسم کنید که در آن خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد و خط $x = 2$ مجانب قائم آن باشد و نیز $f(0) = 1$.	۱
۱۲	نمودار تابع $y = \frac{-1}{(x-2)^2}$ در همسایگی $x = 2$ به چه صورتی است؟	۰/۵
۱۳	اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2a-1)x^2 + 5x - 1}{4x^m + x} = \frac{1}{2}$ باشد مقدار a و m را بیابید.	۱
۱۴	مفهوم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ را بیان کنید و نموداری برای آن رسم کنید.	۰/۷۵
	در پناه حق موفق و پیروز باشید.	۲۰

$$3x-1 > 3 \rightarrow x > \frac{4}{3}$$

(ب)

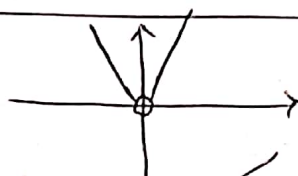
(2, 4) (ب)

1- الف) y لها - برد



$$D = [-4, 4] \quad R = [-1, 1]$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$$



در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی است و در بازه $(0, +\infty)$ صعودی است.

$$x^4 - 1 = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 4$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2$$

$$P(2)=0 \rightarrow 2^3 + a(2)^2 + 2(2) - 4 = 0 \rightarrow 8 + 4a = 0 \rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \quad r = P(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 + 2(-1) - 4$$

$$r = -1 - 2 - 2 - 4 = -9$$

$$y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \pi x + 3$$

$$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$\max = |-\frac{1}{\sqrt{2}}| + 3 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\min = -|-\frac{1}{\sqrt{2}}| + 3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} + 3 = \frac{3}{2}$$

$$\tan(2x - \frac{\pi}{\sqrt{2}}) \quad D = \mathbb{R} - \left\{ x \mid 2x - \frac{\pi}{\sqrt{2}} = k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$2x - \frac{\pi}{\sqrt{2}} = k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{2\pi}{\sqrt{2}}$$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$\boxed{x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{\sqrt{2}}}$$

$$a) \tan 3x = -\tan x \rightarrow \tan 3x = \tan(-x)$$

$$3x = k\pi - x \rightarrow 4x = k\pi \Rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{4}}$$

$$b) \sin 2x - \sqrt{2} \cos x = 0 \rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x - \sqrt{2} \cos x = 0$$

$$\cos x (2 \sin x - \sqrt{2}) = 0 \quad \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2 \sin x - \sqrt{2} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}}, \quad \boxed{x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}}$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 2$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

(A)

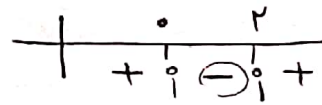
$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{2}$$

$$y = \pm 2 \sin \frac{2\pi}{2} x + 2$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x^2 - 2x - 3} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x - 1}{(x-3)(x+1)(2 + \sqrt{x+1})} = \frac{-1}{14}$$

(9)

$$b) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1 - 2x^2}{x^2 - 4x} = \frac{-3}{0^-} \Rightarrow +\infty$$



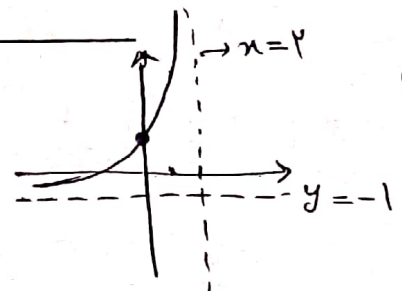
$$c) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2(x-1)}{x-1} = -2$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + |x^2|}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{-x^2} = -4$$

$$1.) y = \frac{-2x}{x^2 - 3x}$$

$$x^2 - 3x = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x^2 - 3x} = 0 \rightarrow \boxed{y=0} \quad \text{کتابخانه}$$

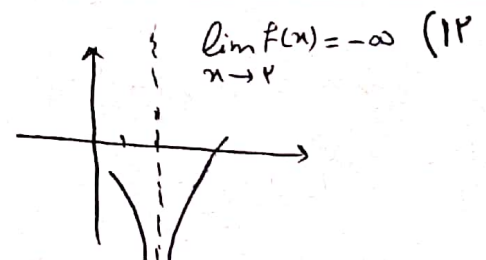


(11)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{x(x-3)} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \quad \times$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2x}{x^2 - 3x} = \frac{-2}{0} \rightarrow \infty$$

$$\boxed{x=3} \quad \text{کتابخانه}$$

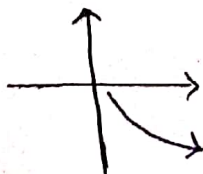


$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2a-1)x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2a-1}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a = \frac{3}{4}}$$

(13)

(14) مقدار $f(x)$ را می توان از هر عدد متنی کوچک کرد به شرط آنکه مقدار x را به قدر کافی بزرگ انتخاب کنیم.



(15)